UNIVERSIDAD SIMON BOLIVAR
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas.

MA1112 ABRIL-JULIO de 2005
segundo examen parcial (30%)
recuperación 27-06-2005

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS

1.- (5 ptos.. cada integral) Calcule las siguientes integrales :

1a) $\int_0^{\pi} \arctan(\frac{x}{4})dx$;

1b) $\int \sec^4(x)\sqrt{\tan(x)}\, dx$;

1e) $\int_0^1 e^{4x} \operatorname{sen}(e^{2x})dx$.

2.- (7 ptos.) Halle la ecuación de la recta tangente en A(1, 3) a la curva de ecuación :
$\ln(xy) = (\sqrt{x}).\ln(3x)$

3.- (8 ptos.) Resuelva las siguientes ecuaciones :

3a) $\log_3(x)+\log_9(x)+\log_3(x^2) - 14 = 0$;

3b) $\ln\left(1 - 5^{(x^2)} + 25.(5^x)\right) = 0$.

SOLUCIONES

1a) $\int \arctan(\frac{x}{4})dx = x.\text{arctg}(\frac{x}{4}) - \int x.\frac{1/4}{1+(x/4)^2}dx = x.\text{arctg}(\frac{x}{4}) - \int x.\frac{4}{16+x^2}dx$;

por lo tanto : $\int_0^{\pi} \arctan(\frac{x}{4})dx = [\, x.\text{arctg}(\frac{x}{4}) - 2.\ln(16+x^2)]_0^{\pi} = \pi + 2.\ln(\frac{16}{\pi^2+16})$.

UNIVERSIDAD SIMON BOLIVAR
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas.

MA1112 ABRIL-JULIO de 2005
segundo examen parcial (30%)
recuperación 27-06-2005

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS

1b) Pongamos $\tan(x)= u$, entonces $\sec^2(x)dx = du$,

$\sec^4(x)\sqrt{\tan(x)}\,dx = (1+u^2)\sqrt{u}\,du = (u^{1/2}+u^{5/2})du$;

$\int \sec^4(x)\sqrt{\tan(x)}\,dx = \frac{2}{3}(\tan(x))^{3/2}+ \frac{2}{7}(\tan(x))^{7/2}+C$.

1c) Pongamos $u = e^{2x}$; $e^{2x}dx = \frac{1}{2}du$; $e^{4x}.\text{sen}(e^{2x})dx = e^{2x}e^{2x}\text{sen}(e^{2x})dx = \frac{1}{2}u.\text{sen}(u).du$;

$\int e^{4x}\,\text{sen}(e^{2x})dx = \frac{1}{2}\int u.\text{sen}(u).du = \frac{1}{2}[-u.\cos(u) + \int \cos(u).du] =$

$\frac{1}{2}[-u.\cos(u) +\text{sen}(u)] = \frac{1}{2}[\text{sen}(e^{2x}) - e^{2x}\cos(e^{2x})] + C$.

2.- $\ln(xy) = (\sqrt{x}).\ln(3x)$; derivando implícitamente : $\frac{1}{x} + \frac{y'}{y} = \frac{1}{2\sqrt{x}}\ln(3x) + \frac{\sqrt{x}}{x}$;

$y_A' = 3.[\frac{1}{2\sqrt{x}}\ln(3x) + \frac{\sqrt{x}}{x} - \frac{1}{x}]_{x=1} = \frac{3}{2}\ln(3)$ = pendiente de la recta tangente cuya ecuación se pide;

Ecuación de la recta tangente : $y = 3 + \frac{3}{2}\ln(3)(x-1)$.

3a) $\log_3(x)+\log_9(x)+\log_3(x^2) - 14 = 0$; recordando que $\log_a(b)=\frac{\ln(b)}{\ln(a)}$
y poniendo $u= \ln(x)$ se tiene : $\frac{u}{\ln(3)} + \frac{u}{2.\ln(3)} + \frac{2u}{\ln(3)} = 14$, luego $u(1+\frac{1}{2}+2) = 14.\ln(3)$;
$u= \frac{2}{7} . 14.\ln(3) = 4.\ln(3)= \ln(3^4)$ y como $u= \ln(x)$ sigue : $\ln(x) = \ln(81)$, $x = 81$.

3b) $\ln\left(1 - 5^{(x^2)} + 25.(5^x) \right) = 0 \iff 1 - 5^{(x^2)} + 25.(5^x)= 1 \iff 25.(5^x)=5^{(x^2)} \iff$
$\iff 5^{x+2} = 5^{(x^2)} \iff x^2=x+2 \iff x^2- x- 2 = 0 \iff x_1= -1$, $x_2= 2$.